УДК 539.14

ОЦЕНКА ЭНЕРГИИ И ШИРИНЫ РЕЗОНАНСА ТРИНЕЙТРОНА МЕТОДОМ SS HORSE

М.К. Ефименко1, И.А. Мазур2

*1Тихоокеанский государственный университет (г. Хабаровск)*

*2Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science (Daejeon, Republic of Korea)*

2019105727@pnu.edu.ru

*Произведена оценка значений энергии и ширины резонанса тринейтрона на основе расчётов ab initio Модели оболочек без инертного кора с реалистическими моделями нуклон-нуклонного взаимодействия. Для решения использовался метод SS HORSE и параметризация S-матрицы с использованием её свойств симметрии.*

**ESTIMATION OF THE ENERGY AND RESONANCE WIDTH OF A TRINUTRON
BY THE SS HORSE METHOD**

**M.K. Efimenko1, I.A. Mazur2**

*1Pacific National University (Khabarovsk)*

*2Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science (Daejeon, Republic of Korea)*

2019105727@pnu.edu.ru

*The values of trinutron resonance energy and width are estimated based on ab initio No-Core Shell Model calculations with realistic models of nucleon-nucleon interaction. The SS HORSE method was employed, utilizing S-matrix parametrizations based on it’s symmetry properties.*

Мультинейтронные системы являются важным объектом исследований, потому как позволяют изучать взаимодействие только между нейтронами. Кроме того, интерес к подобным исследованиям так же подогревается недавним обнаружением тетранейтрона [1].

Эта работа посвящена исследованию возможности существования резонансного состояния в системе трёх нейтронов. Несмотря на то, что наличие резонанса тринейтрона не подтверждено экспериментально, есть ряд теоретических исследований, указывающих на такую возможность [2; 3].

## Метод SS HORSE в применении к трёхчастичной задаче

При исследовании многочастичных систем удобно использовать координаты Якоби, отделяющие центр масс. После этого координаты Якоби в выбранном методе преобразуются в гиперрадиус и гиперуглы, и тогда волновую функцию можно представить в виде произведения гиперрадиальной и гиперугловой частей.

При этом в случае трёх частиц гиперрадиальную часть можно разложить по собственным функциям шестимерного гармонического осциллятора с частотой ℏω. После этого получается система уравнений на собственные значения и собственные функции, которые удобно решать в матричном виде.

Полученная система связанных уравнений формально эквивалентна системе, описывающей многоканальное рассеяние в системе с гиперсферическими каналами B = {K, γ}, где K – шестимерный орбитальный момент (гипермомент), являющиеся так же параметром, аналогичным прицельному для двухчастичной задачи рассеяния [4], а γ – набор остальных квантовых чисел.

При этом если матрица потенциальной энергии не является диагональной по индексам, различающим каналы рассеяния. Однако в случае так называемого «истинно демократического рассеяния», такого, что ни одна из пар частиц системы не образует связанных состояний, можно учитывать только одну гиперсферическую гармонику, в нашем случае с $K=1$, а остальные считать подавленными. Тогда гиперрадиальная часть уравнения Шрёдингера для трёх частичной задачи полностью эквивалентна радиальной части уравнения Шрёдингера с полуцелым угловым моментом $L$:

$L=K+\frac{3}{2}$ .

В этом случае так же вводится понятия фазы рассеяния, как сдвига фаз сходящейся волны и расходящейся волн в гиперпространстве. В случае описанных выше приближений её можно вычислить методом SS HORSE:

$tgδ\_{l}\left(E\_{λ}\right)=-\frac{S\_{N+1,l}\left(E\_{λ}\right)}{C\_{N+1,l}\left(E\_{λ}\right)}$ (1) и S-матрицы, связанной с фазой рассеяния следующим образом:

$S=e^{2iδ}$, (2) где $N$ — внутренний параметр метода HORSE, соответствующий размеру матрицы гамильтониана, $E\_{λ}$ — собственные значения энергии, $S\_{nl}$ и $C\_{nl}$ – осцилляторные регулярное и нерегулярное решения, аналитический вид которых известен [5].

Вариация параметров метода $N$ и $ℏω,$ позволяет получить значения фазы рассеяния в некотором интервале энергий.

Полюса S-матрицы в VI квадранте комплексной плоскости энергии указывают на наличие резонанса и несут информацию о его энергии и ширине.

## Результаты расчётов

Исходными данными являются значения нижайших состояний собственной энергии рассчитанных при различных $N$ и $ℏω$ для тринейтрона в случае реалистических NN взаимодействий Daejeon16 [6], JISP16 [7], и регуляризированное взаимодействие Idaho N3LO [8].

Рассчитанные по ним фазы рассеяния были подвергнуты предварительной обработке: при дальнейших расчётах будут учитываться только значения с N=8, 9, 10 как наиболее точные из возможных, и при таких $ℏω$, чтобы $E\_{λ}<8$ $МэВ$, так как поведение фазы при больших значениях энергии не несёт необходимой информации и ухудшает аппроксимацию.

Для расчёта полюсов S-матрицы необходима непрерывная зависимость $S\left(E\right)$, в том числе и в комплексной плоскости. Её можно получить при помощи функции $X$, которая в связана с фазой рассеяния следующим образом:

$tgδ=\frac{πk^{2K+4}}{2k^{2K+4}lnk+X}, k=\frac{\sqrt{\frac{2Eμ}{ℏω}}}{q\_{0}},$ (3) и с S-матрицей:

$S=\frac{X+2k^{2K+4}lnk+iπk^{2K+4}}{X+2k^{2K+4}lnk-iπk^{2K+4}},$ (4)

где $μ$ — масса системы, $q\_{0}=1$ — характерный масштаб расстояний.

При этом функция $X$ хорошо поддаётся Паде аппроксимации

$X=\frac{a\_{0}+a\_{1}E+a\_{2}E^{2}+a\_{3}E^{3}}{1+a\_{4}E},$ (5) параметры, которой представлены в таблице для каждого из исследуемых взаимодействий и значений $N$. Аппроксимируя фазу рассеяния при помощи выражений (3) и (5), мы можем узнать вид функции $X$ и использовать её для определения полюсов S-матрицы.

Следует отметить, что поиск параметров a0, a1, a2, a3, a4 (табл. 1) производился через минимизацию не среднеквадратичного отклонения с весами, однако конечная ошибка, приведённая в

таблице, не учитывает вес:

$Err=\sqrt{\sum\_{i=1}^{n\_{max}}\sum\_{j=1}^{ℏω\_{max}}\left(E\_{λ}-E\_{ν}\right)^{2}\left(\frac{n\_{i}}{n\_{max}}\right)^{2}\left(\frac{ℏω\_{max}-ℏω\_{j}}{ℏω\_{max}}\right)^{2}}$ . (6)

**Параметры аппроксимации**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потенциал | n | a0, 10-4 | a1, МэВ-1 10-4 | a2, МэВ-2 10-4 | a3, МэВ-3 10-4 | a4, МэВ-1 10-2 | Err, МэВ |
| Daejeon 16 | 8 | 1,7194 | 1,1190 | 2,2690 | 4,1131 | 6,0522 | 0,0027 |
| 9 | 2,1963 | -0,9947 | 3,0244 | 4,0537 | 6,1970 | 0,0022 |
| 10 | 1,9216 | -1,8016 | 3,4503 | 3,9676 | 6,0568 | 0,0017 |
| 8,9,10 | 2,1833 | -1,4233 | 3,4032 | 3,9417 | 5,8965 | 0,0126 |
| JISP 16 | 8 | 0,9339 | -0,5053 | 3,2648 | 3,9983 | 6,2624 | 0,0012 |
| 9 | 1,0894 | -1,5007 | 3,7512 | 3,8967 | 6,0892 | 0,0008 |
| 10 | 1,3716 | -2,4720 | 4,1061 | 3,8552 | 6,1243 | 0,0025 |
| 8,9,10 | 1,5172 | -2,4226 | 4,2336 | 3,8026 | 5,9134 | 0,0085 |
| N3LO np SRG 2.0 | 8 | 1,6450 | -2,3918 | 4,8118 | 3,3483 | 4,0432 | 0,0030 |
| 9 | 1,3294 | -2,2138 | 4,4268 | 3,4983 | 4,5270 | 0,0026 |
| 10 | 1,1997 | -2,3980 | 4,4009 | 3,5419 | 4,7390 | 0,0046 |
| 8,9,10 | 14,265 | -2,6490 | 4,7925 | 3,3825 | 4,1988 | 0,0086 |

Здесь $E\_{ν}$ точка пересечения универсальной функции [9] и аппроксимированной фазы рассеяния:

$U\left(E\_{ν}\right)=δ\left(E\_{ν}\right), U=-arctg\left(\frac{S\_{N+1,l}}{C\_{N+1,l}}\right).$ (7) Энергия $E\_{r}$ и ширина Γ возбуждённого состояния определяются через положение полюса S-матрицы, т.е. из условия равенства нулю знаменателя (4), а именно

$F=X\left(E\_{p}\right)+2k\left(E\_{p}\right)^{2K+4}lnk\left(E\_{p}\right)-iπk\left(E\_{p}\right)^{2K+4}=0, E\_{p}=E\_{r}-\frac{i}{2}Γ.$ (8) При этом положение полюсов S-матрицы можно найти через вспомогательный интеграл

$Y=\frac{1}{2πi}∮\_{C}^{}\frac{dF}{F}dE,$ (9)

$ Y=1$ если некий замкнутый контур $C$ содержит плюс, и $Y=0$, если нет, а точное положение $E\_{p}$ можно определить как:

$E\_{p}=\frac{1}{2πi}∮\_{C}^{}\frac{dF}{F}EdE.$ (10)

И результаты этих расчётов представлены в таблице 2

**Энергия и ширина резонанса**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| потенциал | n | Er, МэВ | Г, МэВ | Err, МэВ |
| Daejeon 16 | 8 | 0,6126 | 1,3593 | 0,0027 |
| 9 | 0,5795 | 1,0869 | 0,0022 |
| 10 | 0,5234 | 0,9120 | 0,0017 |
| 8,9,10 | 0,5599 | 1,0424 | 0,0126 |
| JISP 16 | 8 | 0,3947 | 0,9728 | 0,0012 |
| 9 | 0,3969 | 0,7846 | 0,0008 |
| 10 | 0,4278 | 0,6718 | 0,0025 |
| 8,9,10 | 0,4429 | 0,7455 | 0,0085 |
| N3LO np SRG 2.0 | 8 | 0,4460 | 0,8516 | 0,0030 |
| 9 | 0,4172 | 0,7514 | 0,0026 |
| 10 | 0,3998 | 0,6515 | 0,0046 |
| 8,9,10 | 0,4203 | 0,7126 | 0,0086 |

## Заключение

Были опробованы новые формулы аппроксимации фазы рассеяния. С их помощью были определены положение и ширина резонанса для каждого из рассмотренных взаимодействий и параметров n, а так же их совокупности.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках проекта №0818-2020-0005 с использованием ресурсов Центра коллективного пользования “Центр данных ДВО РАН”.

**Л И Т Е Р А Т У Р А**

1. M. Duer et al. Observation of a correlated free four-neutron system. // Nature 606.7915 (2022), P. 678—682
2. J. G. Li et al. Ab initio no-core Gamow shell-model calculations of multineutron systems. // Phys. Rev. C 100 (2019), P. 054313.
3. S. Gandolfi et al. Is a Trineutron Resonance Lower in Energy than a Tetraneutron Resonance? // Phys. Rev. Lett. 118 (2017), P. 232501
4. С. А. Зайцев, Ю. Ф. Смирнов и А. М. Широков. Истинно многочастичное рассеяния в осцилляторном представлении // ТМФ. – 1998. – Т. 117. – № 2, – С. 227-248.
5. Мазур И. А*.* Исследование резонансных ядерных процессов в микроскопических подходах с использованием осцилляторного базиса: Диссертация / И. А. Мазур // – 2017.
6. Andrey M. Shirokov et al. N3LO NN interaction adjusted to light nuclei in ab exitu approach. // Physics Letters B 761 (2016), P. 87—91.
7. A. M. Shirokov et al. Prediction for a Four-Neutron Resonance. // Phys. Rev. Lett. 117 (2016), P. 182502.
8. D.R. Entem. Accurate charge dependent nucleon nucleon potential at fourth order of chiral perturbation theory.” // Physical Review P 68 (2003): 041001.
9. Andrey M. Shirokovet al. Shell model states in the continuum // В: Physical Review C 94 (2016), P. 064320.
10. A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris and J. P. Vary. N3LO NN interaction adjusted to light nuclei in ab exitu approach // Phys. Let. B. – 2016. – V. 761. – P. 87-91.
11. *Shirokov A. M.* Nucleon-nucleon interaction in the J-matrix inverse scattering approach and few-nucleon systems / A. M. Shirokov, A. I. Mazur, S. A. Zaitsev, J. P. Vary, and T. A. Weber // Phys. Rev. C. – 2009. – V. 70. – P. 044005.
12. Зайцев С. А.Трехдиагональная параметризация взаимодействия в дискретном подходе
к проблеме рассеяния // ТМФ. – 1998. Т. – 115. – № 2. – С. 263–274.
13. Tilley D. R*.* Energy levels of light nuclei A=5, A=6, A=7 // Nucl. Phys. A. – 2002. – V. 708. – P. 163–362.