УДК 539.14

# СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДОВ HORSE И SS-HORSE

**М. К. Ефименко, И. А. Мазур**

*Тихоокеанский государственный университет (г. Хабаровск)*

*mazuri@pnu.edu.ru*

На примере двухчастичной задачи, моделирующей рассеяние нейтрона на альфа-частице, проводится сравнение точности методов HORSE и SS-HORSE. Показано, что при оптимальных значениях параметров точность методов сравнима.

# ACCURACY OF HORSE AND SS-HORSE METHODS

**M. K. Efimenko, I. A. Mazur**

*Pacific National University (Khabarovsk)*

*mazuri@pnu.edu.ru*

Using the example of a two-particle problem that simulates the scattering of a neutron by an alpha particle, the accuracy of the HORSE and SS-HORSE methods is compared. It is shown that for optimal values of the parameters, the accuracy of the methods is comparable.

Изучение рассеяния частиц на атомных ядрах является актуальной задачей и необходимо для понимания структуры ядер и действующих в них сил. В предлагаемой статье рассмотрены два метода исследования подобных процессов: HORSE и SS-HORSE, в которых исходное взаимодействие аппроксимируется сепарабельными потенциалами конечного ранга, что позволяет рассчитать собственные энергии и фазы рассеяния.

Целью работы является сравнение погрешностей расчётов методами HORSE и SS-HORSE фаз рассеяния нейтронов на альфа-частице.

## Метод HORSE

HORSE (Harmonic Oscillator Representation of Scattering Equations) [1, 2] — это один из методов расчёта фаз рассеяния для короткодействующих потенциалов. Идея метода в том, чтобы искать решения стационарного уравнения Шредингера с гамильтонианом

(здесь – радиальная часть волновой функции в парциальной волне с орбитальным моментом , – энергия относительного движения рассеивающихся частиц) в виде разложения по собственным функциям гармонического осциллятора :

где — константы, — гамма-функция, — полином Лагерра.

В результате уравнение Шрёдингера сводится к системе уравнений:

 (1)

где – матричные элементы , – символ Кронекера. Формально она бесконечная, однако, если потенциал убывает достаточно быстро, его можно аппроксимировать матрицей конечного ранга . Система уравнений (1) распадается на внутреннюю область и внешнюю , решение для которой известно и является линейной комбинацией синусоподобных и косинусоподобных , аналитический вид которых известен [2].

Параметрами метода являются граница обрезания матрицы потенциала (или число квантов возбуждения ) и осцилляторная энергия , характеризующая базис . Задача рассеяния в такой постановке имеет точное решение. В частности, для фаз рассеяния справедлива формула:

 (2)

Здесь — недиагональный элемент оператора кинетической энергии; элементы матрицы строятся из собственных значений и собственных векторов матрицы обрезанного до размера гамильтониана:

## Метод SS- HORSE

В случае, когда кинетическая энергия относительного движения частиц совпадает с собственной энергией низшего состояния системы уравнений , выражение для фаз рассеяния значительно упрощается:

Как и HORSE, метод SS-HORSEимеет два параметра (или ) и .Варьируяэтипараметрыврезультатерасчётовможнополучатьразные собственные значения , и таким образом получить достаточно точек зависимости . Преимущество метода SS-HORSE по сравнению с HORSE заключается в том, что его проще обобщить на случай многочастичных систем [3].

Сравнение точности расчётов сдвигов фаз в двух методах мы проводим в рамках модельной задачи рассеяния на потенциале Вудса-Саксона с поверхностным спин-орбитальном взаимодействием [5].

## Результаты и оценка погрешностей расчётов

В качестве эталона используются результаты, полученные непосредственным интегрированием уравнения Шредингера методом Нумерова [4].

На рис. 1 представлены результаты, полученные в HORSE при = 10 . Как видно, в этом случае уже достигнута приемлемая точность. Заметно существенное влияние значения : при слишком низких или слишком высоких его значениях погрешность очень велика.

Рис. 1. Сдвиги фаз метода HORSE.

Если в случае метода HORSE при каждой из комбинаций параметров и можно получить чёткую зависимость , то метод SS-HORSE подразумевает, во-первых, ограничение на выбор аргументов зависимости , а во-вторых — использование данных, полученных при различных и . С учётом влияния этих параметров на точность результатов, для SS-HORSE нельзя с уверенностью ожидать точности, сравнимой с методом HORSE. Однако, на рис. 2 видно, что точки, полученные методом SS-HORSE так же неплохо ложатся на эталонную кривую.

Оценка точности расчётов в HORSE и SS-HORSE проводилась по формулам

 (3)

Здесь , и — эталонные и расчётные фазы рассеяния. Интегрирование производилось численно, суммирование — по результатам с .

Рис 2. Сдвиги фаз рассеяния в SS-HORSE.

Рис. 3. Зависимость точности оценки метода HORSE от .

Сначала была проведена оценка погрешности каждого из слагаемых отдельно (рис. 3). Как и следовало ожидать, при увеличении средняя величина отклонения уменьшается, а так же существует некоторый оптимальный параметр . Отметим, что для небольших значений наблюдаются некоторые локальные минимумы, однако эти колебания точности практически исчезают при достаточно больших или оптимальных значениях.

 Таким образом, как и было сказано выше, при вариации значений и , необходимых для применения метода SS-HORSE, нельзя с уверенностью ожидать точности, сравнимой с методом HORSE. Однако дальнейшие расчёты в приемлемом для всех диапазоне , показали, что SS HORSE не уступает в точности методу HORSE даже при небольших (см. табл. 1 и рис. 4).

Рис. 4. Зависимость точности оценки метода SS-HORSE от ℏω.

*Таблица 1*

**Сравнение точности методов HORSE и SS HORSE.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | 154,89 | 42,71 | 8 | 92,60 | 18,65 | 20 | 31,37 | 5,92 |
| 6 | 108,23 | 48,82 | 10 | 67,86 | 20,60 | 30 | 23,93 | 3,83 |

Таким образом, исследования сходимости метода HORSE подтвердили предварительные соображения об уменьшении численных погрешностей при увеличении и существования некоторого оптимального значения .

Предварительные оценки погрешности метода SS-HORSE показали, что для = 10, 20 и 30 он не уступает в точности методу HORSE.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ю. И. Нечаев, Ю. Ф. Смирнов. О решении задачи рассеяния в осцилляторном представлении. // Ядерная физика, 1982. Т.35. С. 1385–1391.

2. J. M. Bang, A. I. Mazur, A. M. Shirokov, Yu. F. Smirnov and S. A. Zaytsev. P-Matrix and J-Matrix Approaches: Coulomb Asymptotics in the Harmonic Oscillator Representation of Scattering Theory. // Ann. Phys. 2000. Vol. 280. P. 299–335.

3. A. M. Shirokov, et al. Nucleon-α scattering and resonances in 5He and 5Li with JISP16 and
Daejeon16 NN interactions // Phys. Rev. C 2018. Vol. 98. P. 044624 (1–13).

4. B. V. Numerov. A Method of Extrapolation of Perturbations. // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1924. Vol. 84. P. 592–602.

5. J. Bang and C. Gignoux. A realistic three-body model of 6Li with local interactions. // Nucl. Phys. A, 1979. Vol. 313. P. 119–140.